

第七章 交流电

7.2 交流电路中的元件

元件的阻抗：电压和电流的峰值之比（即有效值之比）。

$$Z = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U}{I}$$

相位差：

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

交流电路中的电阻元件：

$$Z_R = R, \quad \varphi = 0$$

交流电路中的电容元件：

$$Z_C = \frac{1}{\omega C}, \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

交流电路中的电感元件：

$$Z_L = \omega L, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

7.4 交流电路的复数解法

简谐量和复数量的对应关系：

$$a(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \leftrightarrow \tilde{A} = A e^{i(\omega t + \varphi)}$$

复电压、复电流及复阻抗：

$$u(t) = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u) \leftrightarrow \tilde{U} = U_0 e^{i(\omega t + \varphi_u)}$$

$$i(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i) \leftrightarrow \tilde{I} = I_0 e^{i(\omega t + \varphi_i)}$$

$$\tilde{Z} = \frac{\tilde{U}}{\tilde{I}} = \frac{U_0 e^{i(\omega t + \varphi_u)}}{I_0 e^{i(\omega t + \varphi_i)}} = \frac{U_0}{I_0} e^{i(\varphi_u - \varphi_i)} = Z e^{i\varphi}$$

电阻元件：

$$\tilde{Z}_R = R$$

电容元件：

$$\tilde{Z}_C = \frac{1}{\omega C} e^{-i\frac{\pi}{2}} = -\frac{i}{\omega C} = \frac{1}{i\omega C}$$

电感元件：

$$\tilde{Z}_L = \omega L e^{i\frac{\pi}{2}} = i\omega L$$

串联电路的复阻抗公式：

$$\tilde{Z} = \tilde{Z}_1 + \tilde{Z}_2$$

并联电路的复阻抗公式：

$$\frac{1}{\tilde{Z}} = \frac{1}{\tilde{Z}_1} + \frac{1}{\tilde{Z}_2}$$

7.5 交流电的功率

瞬时功率 $P(t)$:

$$P(t) = u(t)i(t) = U_0 I_0 \cos \omega t \cos(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos \varphi + \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos(2\omega t + \varphi)$$

功率因数 $\cos \varphi$:

$$\bar{P} = UI \cos \varphi$$

有功电流 I_{\parallel} 和无功电流 I_{\perp} :

$$I_{\parallel} = I \cos \varphi, \quad I_{\perp} = I \sin \varphi$$

$$\bar{P} = UI \cos \varphi = UI_{\parallel}$$

提高功率因数的第一个作用 : 增加总电流中有功成分的比重。

视在功率 (或表观功率) S 和实际功率 \bar{P} :

$$S = UI, \quad \bar{P} = S \cos \varphi$$

提高功率因数的第二个作用 : 充分发挥现有电器设备的潜力。

有功功率 $P_{\text{有功}}$ 和无功功率 $P_{\text{无功}}$:

$$P_{\text{有功}} = \bar{P} = UI_{\parallel} = S \cos \varphi, \quad P_{\text{无功}} = UI_{\perp} = S \sin \varphi$$

复阻抗 \tilde{Z} 的实部 r 叫做有功电阻, 虚部 x 叫做电抗。

$$\tilde{Z} = Z e^{i\varphi} = r + ix$$

负的电抗叫容抗, 正的电抗叫感抗。

品质因数 (Q 值) :

$$Q = \frac{P_{\text{无功}}}{P_{\text{有功}}} = \frac{x}{r}$$

损耗角 δ 与耗散系数 $\tan \delta$:

$$\tan \delta = \frac{P_{\text{有功}}}{P_{\text{无功}}} = \frac{r}{x} = \frac{1}{Q}$$

7.6 谐振电路与 Q 值的意义

串联谐振现象

LCR 串联电路的总阻抗和谐振频率 :

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}, \quad \varphi = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}, \quad \omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Q 值的第一种意义 : Q 值等于谐振电路中存储的能量和每个周期内消耗能量之比的 2π 倍。

$$Q = 2\pi \frac{W_S}{W_R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R}$$

谐振电路的品质因数 Q_r 和电容元件、电感元件的品质因数 Q_C 、 Q_L 的关系 :

$$\frac{1}{Q_r} = \frac{1}{Q_C} + \frac{1}{Q_L}$$

Q 值的第二种意义：谐振电路的通频带宽度 Δf 反比于谐振电路的 Q 值。

$$\Delta f = f_2 - f_1 = 2\delta f = \frac{f_0}{Q}$$

Q 值的第三种意义：谐振时电容或电感元件上的电压比总电压大 Q 倍。

$$\frac{U_C}{U} = \frac{U_L}{U} = \frac{Z_C}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{Z_L}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = Q$$

Q 值的第四种意义：阻尼振荡中 Q 值越大，振幅衰减得越慢。

7.7 交流电桥

交流电桥平衡时四臂阻抗必须满足的平衡条件：

$$\frac{\tilde{Z}_3}{\tilde{Z}_1} = \frac{\tilde{Z}_4}{\tilde{Z}_2}, \quad \tilde{Z}_1 \tilde{Z}_4 = \tilde{Z}_2 \tilde{Z}_3$$

7.8 变压器原理

理想变压器的电压变比公式：

$$\frac{\tilde{U}_1}{\tilde{U}_2} = -\frac{N_1}{N_2}$$

空载电流（励磁电流） \tilde{I}_0 ：

$$\tilde{I}_0 = \frac{\tilde{U}_1}{i\omega L_1} = \frac{N_1 \tilde{\Phi}}{L_1}$$

反射电流 \tilde{I}_1' 与负载电流变比公式：

$$\frac{\tilde{I}_1}{\tilde{I}_2} \approx \frac{\tilde{I}_1'}{\tilde{I}_2} = -\frac{N_2}{N_1}$$

反射阻抗（折合阻抗） \tilde{Z}_l' 和输入等效电路：

$$\tilde{Z}_l' = \frac{\tilde{U}_1}{\tilde{I}_1'} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \frac{\tilde{U}_2}{\tilde{I}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \tilde{Z}_l$$

7.9 三相交流电

三相电路的平均功率：

$$\bar{P} = 3U_\varphi I_\varphi \cos\varphi = \sqrt{3}U_l I_l \cos\varphi$$